IPEF, n.37, p.73-74, dez.1987

USO DA TEORIA DE PROBABILIDADES GEOMÉTRICAS PARA ESTIMAR O COMPRIMENTO TOTAL DOS CANAIS DE ESCOAMENTO NUMA BACIA HIDROGRÁFICA

JOÃO LUIS FERREIRA BATISTA
ESALQ-USP, Depto. de Ciências Florestais
13400 - Piracicaba - SP

ABSTRACT - From the geometric probability theory, a method has seen developed for the estimation of the total length of channels in a watershed, using a grid and counting the average number bf intersections. Compared with the results obtained with a map measurer, the method produced statistically identical results. The method is, thus, recommended due to its simplicity and accuracy.

RESUMO - A partir do "problema da agulha de Buffon", desenvolveu-se um método para estimar o comprimento total dos canais de uma rede de drenagem a partir do número médio de intersecções dessa com uma rede de retângulos. O método desenvolvido foi comparado ao método do curvímetro, não havendo diferença significativa entre as estimativas do comprimento total obtidas por ambos. Propõe-se o uso do novo método devido à sua maior simplicidade e precisão.

INTRODUÇÃO

A determinação do comprimento total dos canais de escoamento numa bacia hidrográfica é bastante trabalhosa e demorada, pois requer o uso do curvímetro. Através da Teoria das Probabilidades Geométricas, podem-se obter estimativas do comprimento total tão precisas quanto às obtidas pelo curvímetro, de uma forma mais simples e menos passível de erro.

A Teoria das Probabilidades nasceu no século XVIII com o "problema da agulha de Buffon". George Louis Leclerc (1707-1788) escreveu em 1777 o "Essai d'Arithmetique Morale", onde apresentou esse problema. Mais tarde, em 1812, Pierre Simon Laplace (1749-1827) generalizou o "problema da agulha de Buffon" (SANTALO, 1984).

DESENVOLVIMENTO

O problema pode ser enunciado da seguinte maneira: considerando um plano dividido por retas paralelas com distância o entre si, ao se atirar uma agulha (segmento de reta) de comprimento a ($a > D$) ao acaso, a probabilidade da agula cortar una das retas é:

$$p = 2\,a / \pi D \qquad (1)$$

Se ao invés de uma agulha (segmento de reta) considerar-se uma linha poligonal de comprimento L, qualquer, a esperança matemática ou o número médio de pontos de intersecção da linha com as retas é:

$E(N) = 2 L / \pi D$ (2)

A generalização de Laplace transforma essas relações para o caso de um plano dividido em retângulos de lados D1 e D2. Assim a equação (1) passa a ser:

$p = (2^a (D1+D2) - / \pi D1\ D2$ (3)

e a equação (2):

$E(N) = 2 L (d1 + D2) / \pi D1\ D2$ (4)

As fórmulas (2) e (4) podem ser reescritas do seguinte modo:

$L = (E(N)\ \pi\ D/2)$ (5)
$L = (E(N)\ \pi\ D1\ D2) / [2(D1 + D2)]$ (6)

Assim, o valor do comprimento da poligonal pode ser determinado em função do número de vezes que esta é interseccionada por feixe de retas paralelas com distância D entre si (5) ou por uma rede de retângulos de lado D1 e D2 (6).

No caso de se determinar o comprimento total dos canais de uma bacia hidrográfica, o valor médio do número de pontos de intersecção pode ser obtido lançando-se várias vezes sobre o mapa da bacia hidrográfica um feixe de retas paralelas com distância o conhecida, ou então, uma malha formando uma rede de retângulos com as distâncias 01 e 02 conhecidas. Pelas fórmulas (5) e (6) obtém-se, então, a estimativa do comprimento total.

RESULTADOS

A metodologia proposta foi testada num mapa de bacia hidrográfica hipotético (Figura 1). O feixe de paralelas e a rede de retângulos foram simuladas por um papel milimetrado transparente. Foram testadas duas distâncias entre as retas paralelas, 1 cm e 0,5 cm e dois tamanhos de lado da rede de retângulos: 1 x 1 cm e 0,5 x 0,5 cm. Considerou-se a determinação através de curvímetro como método padrão para se testar a exatidão da nova técnica. O Quadro I apresenta os resultados obtidos.

Quadro I: Resultados obtidos na determinação do comprimento total da rede de drenagem de uma bacia hidrográfica, através de curvímetro e através da técnica de probabilidade geométrica.

Técnica	Estimativa (cm)	Desvio Padrão	C.V. (%)	Número de Repetições *
Curvímetro	166,4	3,78	2,27	13,27
Feixe de paralelas				
1 cm	168,7	10,79	6,40	58,57
0,5 cm	169,4	9,27	5,47	10,15
Rede de Retângulos				
1 x 1 cm	169,0	6,37	3,77	10,15
0,5 x 0,5 cm	169,0	3,11	1,84	8,85

* Número de repetições necessárias para se obter uma estimativa com 5% de erro.

Observa-se que as estimativas do comprimento total da rede de drenagem são muito próximas. A análise de variância não pode ser feita devido à falta de homogeneidade das variâncias dos tratamentos, o que foi constatado pelo teste de Bartlett. Utilizou-se o teste de Kruskal-Wallis, que é um teste não paramétrico equivalente à análise de variância. O quiquadrado obtido pelo teste de Kruskal-Wallis não foi significativo (probabilidade de 92,14%), indicando não haver diferenças estatisticamente significativas entre os valores das estimativas obtidas. Podemos concluir que não há diferenças entre os métodos.

Por outro lado, a precisão da rede de retângulos é maior que a do curvímetro, exigindo um número menor de repetições para se alcançar uma dada precisão da estimativa do comprimento total dos canais de escoamento.

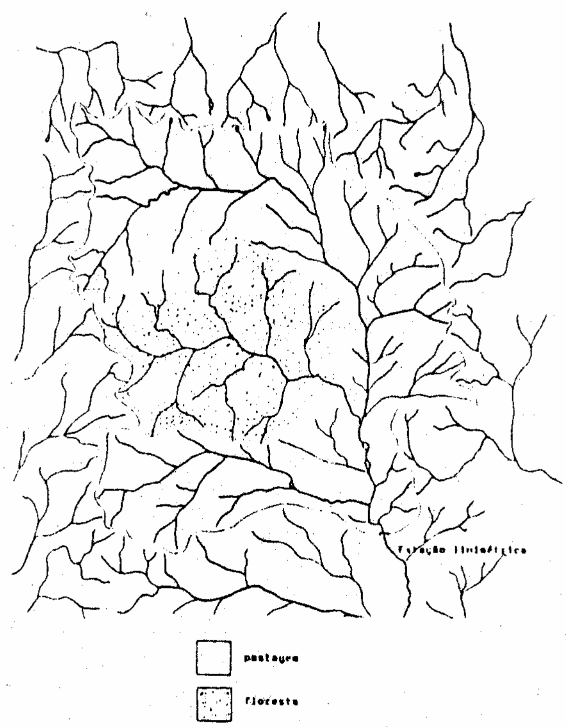

Figura 1: Bacia hidrográfica hipotética utilizada para a aplicação da técnica de probabilidades geométricas (área delimitada no mapa).

O uso do feixe de paralelas exige um número maior de amostras para alcançar a precisão desejada do que o uso da rede de retângulos; entretanto, é importante ressaltar que a aplicação dessa técnica é muito mais simples e menos passível de erro do que o uso do curvímetro.

O método proposto possui duas vantagens em relação ao uso do curvímetro. Primeiramente, ele é de fácil aplicação, independentemente do tamanho da rede de drenagem a ser medida. Em segundo lugar, ele permite o uso de amostragem quando se trabalha com bacias hidrográficas de grandes dimensões.

Essa técnica também pode ser aplicada na determinação do comprimento total de sistemas radiculares. Nesse caso o problema é bem mais complexo, pois exigirá um sistema de amostragem e métodos de laboratório para preparação das amostras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SANTALO, L.A. As seções indiscretas: Geometria Integral, Estereologia e Tomografia Computadorizada. **Ciência Hoje**, Rio de Janeiro, **2**(15): 27-32, 1984.