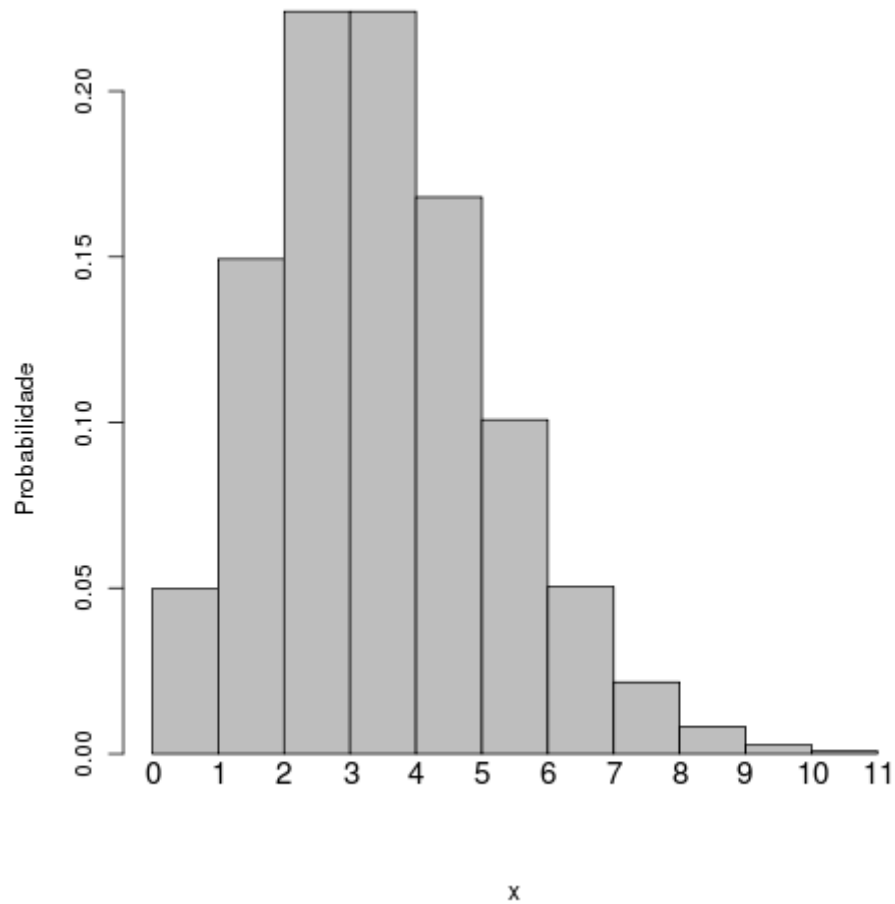


**BIE5781**

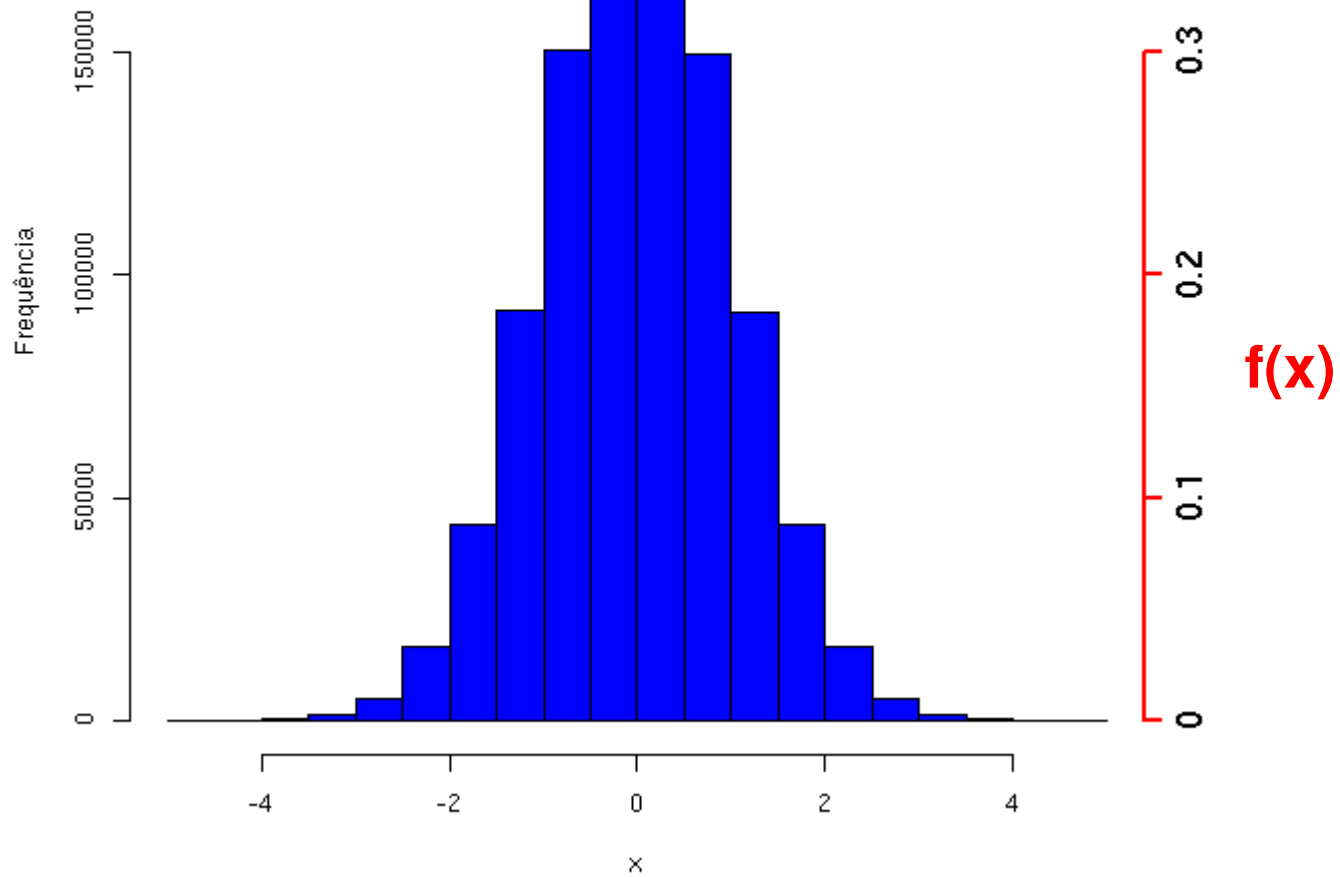
**Aula 3**

# **Variáveis Aleatórias Contínuas**

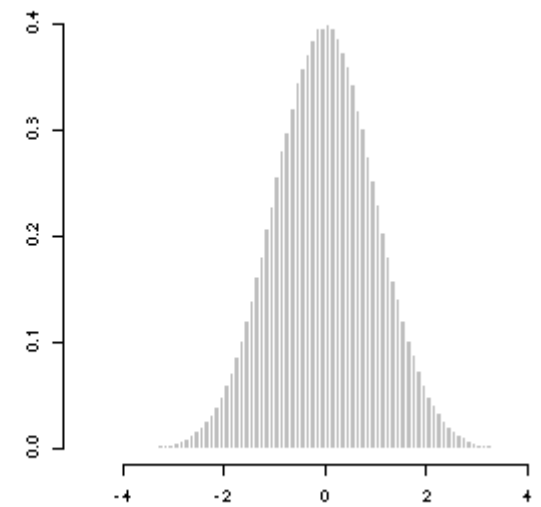
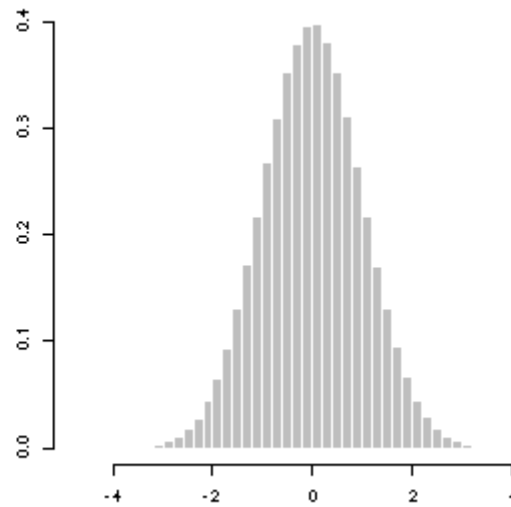
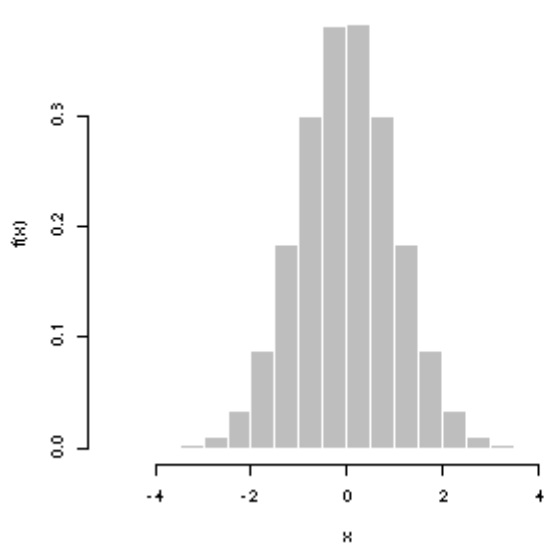
# Histograma de Densidade - 1



# Histograma de Densidade - 2



# Função de Densidade de Probabilidade



$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

# Esperança

Variáveis Discretas:

$$E[X] = \sum x_i P_i$$

Variáveis Contínuas:

$$E[X] = \int_{\min}^{\max} x f(x) dx$$

# Variância

Variáveis Discretas:

$$VAR[X] = E[(x - E[X])^2]$$

Variáveis Contínuas:

$$E[X] = \int_{min}^{max} (x - E[X])^2 f(x) dx$$

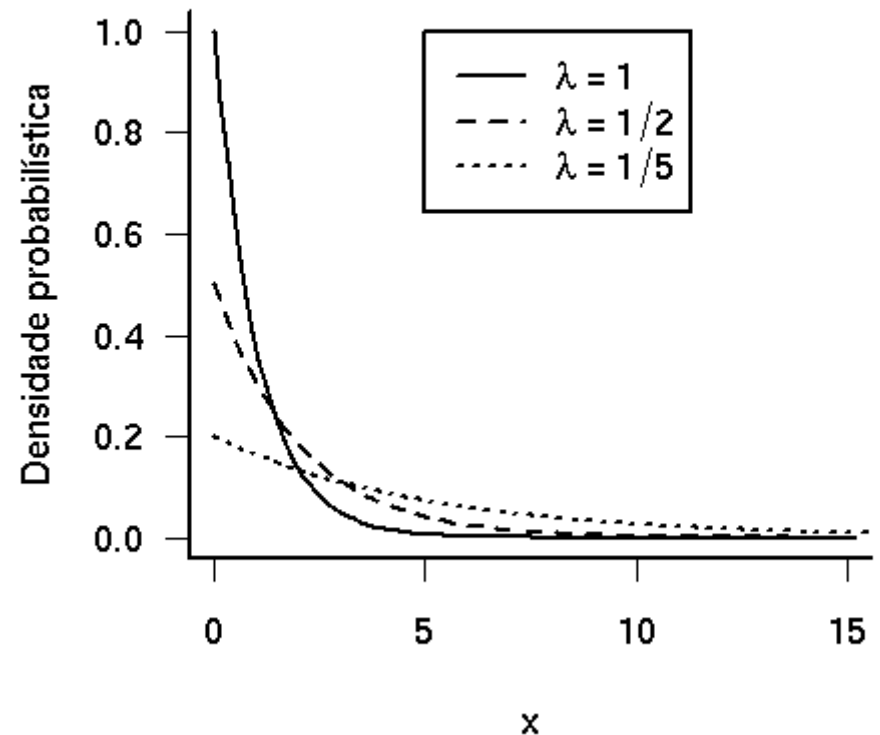
# Distribuição Exponencial

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$\lambda$  = taxa de decaimento,  
desaparecimento ou mortalidade  
(real positivo)

$$E[X] = \frac{1}{\lambda}$$

$$VAR[X] = \frac{1}{\lambda^2}$$



# Distribuição Gama

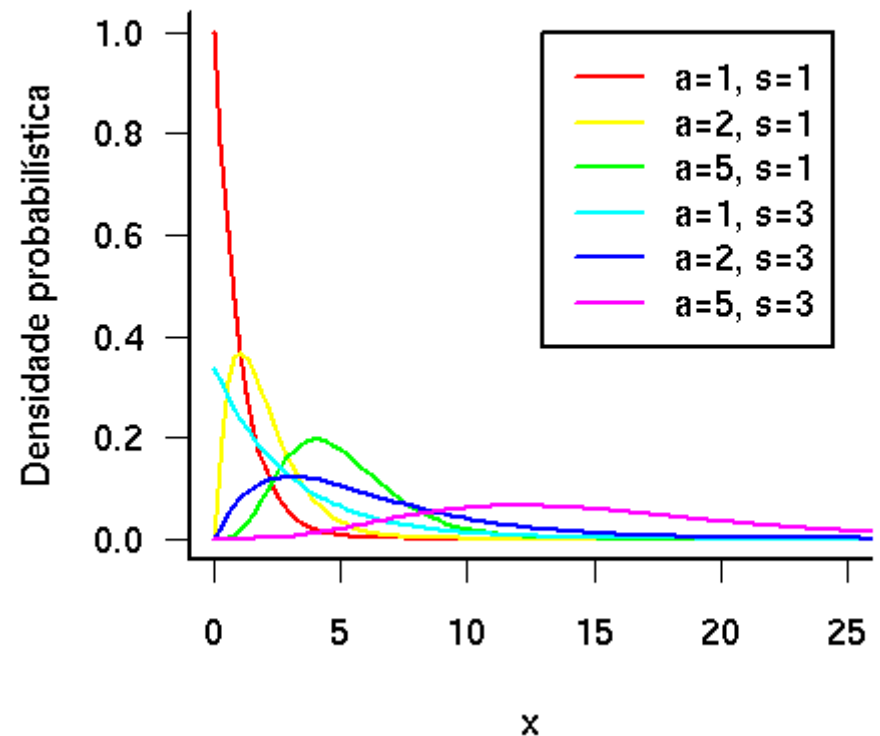
$$f(x) = \frac{1}{s^a \Gamma(a)} x^{a-1} e^{-x/s}$$

**a** = forma (real positivo)

**s** = escala ou **r** = 1/s = taxa  
(real positivo)

$$E[X] = as$$

$$VAR[X] = as^2$$





# Distribuição Normal

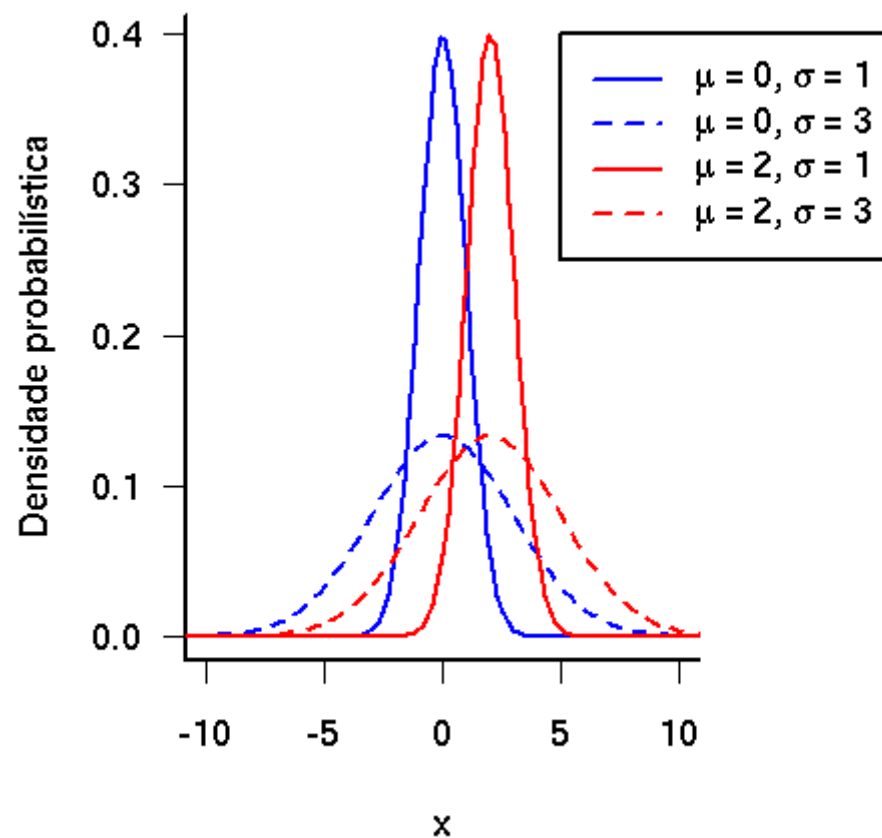
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$\mu$  = média (real)

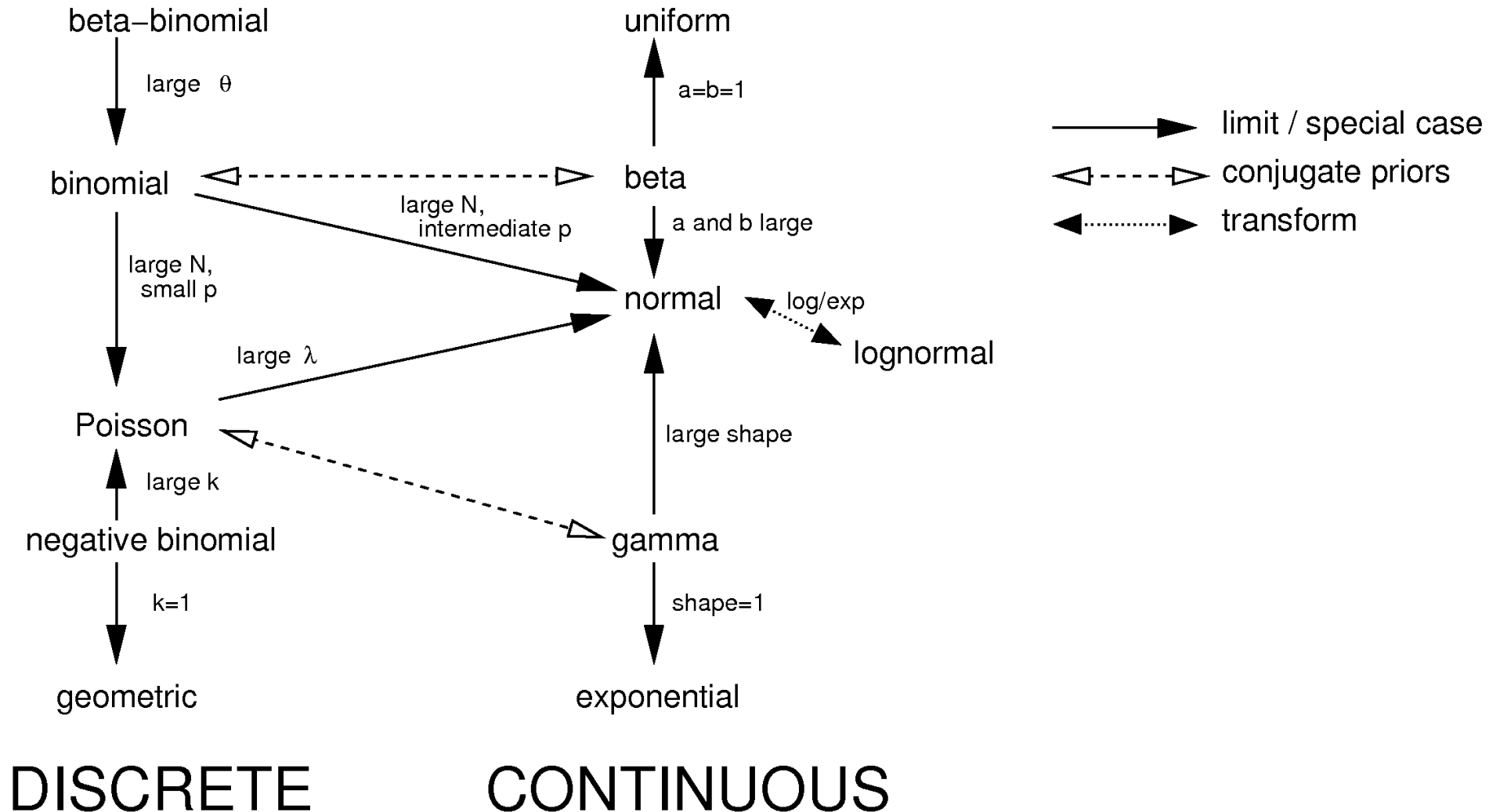
$\sigma$  = desvio-padrão (real positivo)

$$E[X] = \mu$$

$$VAR[X] = \sigma^2$$



# Relações entre as Distribuições



# RESUMINDO ...

Distribuições de probabilidade discretas associam valores às suas probabilidades (PMF).

Distribuições de probabilidade contínuas associam valores às suas densidades de probabilidade (PDF).

Algumas distribuições são casos especiais de outras.

Algumas distribuições são casos-limite de outras.

Muitas distribuições discretas têm uma correspondente contínua.

# RESUMINDO ...

O valor dos parâmetros determina a forma das distribuições.

Muitas distribuições podem ser generalizadas para aplicações diferentes daquelas para quais foram propostas.

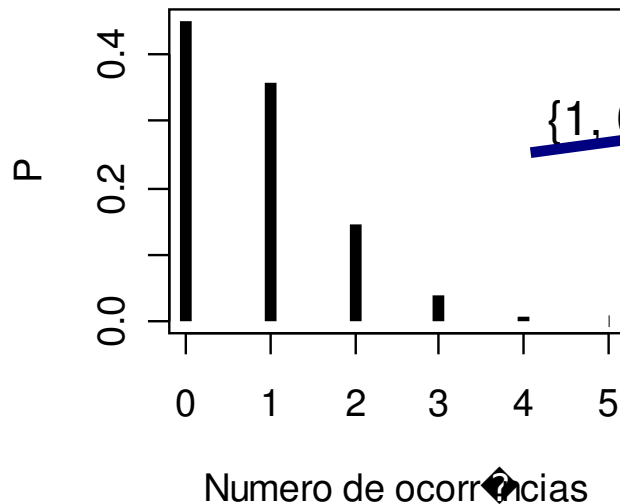
Uma distribuição pode ser re-parametrizada.

Média e variância não são parâmetros da distribuição, embora possam ser expressas como funções destes.

Em muitas distribuições, média e variância estão correlacionadas.

# Teorema Central do Limite

30 números tomados de uma população com distribuição Poisson com  $\lambda = 0,8$



{1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 3, 0, 1, 0, 3}

Média da amostra = 0,6667

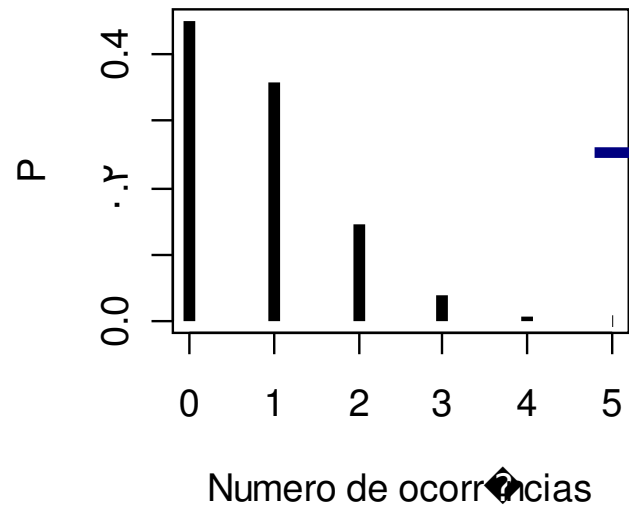
**Se repetimos o procedimento 10 vezes:**

Médias: {0,867; 0,5; 0,867; 0,667; 0,7; 0,9; 0,7; 0,367; 0,6; 0,767}

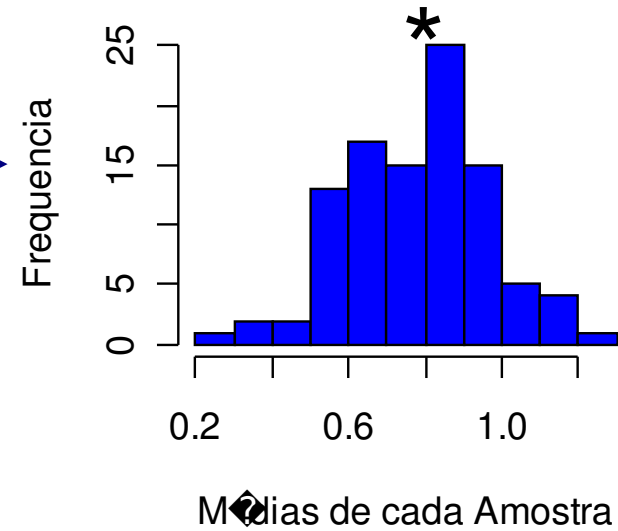
Média das médias = 0.693

# Teorema Central do Limite

Se repetimos 100 vezes ...



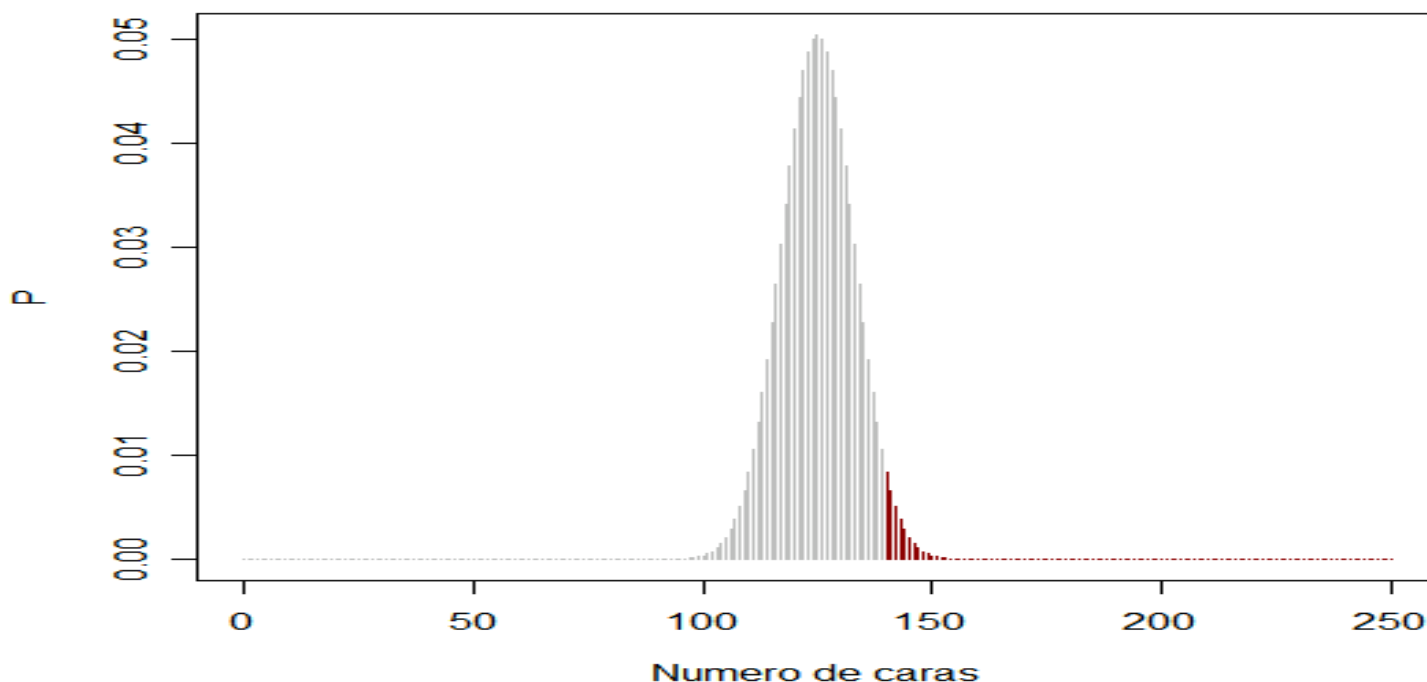
100 amostras



\* = média = 0,796

# Euro Desonesto e TCL

Os matemáticos Tomasz Gliszczynski e Wacław Zawadowski lançaram moedas de Euro Belgas **250** vezes, obtendo **140** caras (O rei Albert)



## Prob Acumuladas:

Binomial: 0,975

Normal: 0,971

**FONTE: CHANCE News 11 02, 18 Feb 2002** , [http://www.dartmouth.edu/~chance/chance\\_news/](http://www.dartmouth.edu/~chance/chance_news/)