

Dados de População e Economia de Países do Mundo

País	Renda Per Capta	População > 75 anos	Logaritmo da Renda	Logaritmo da População	Inverso da População
Luxembourg	2449.39	3.73	7.80	1.32	0.27
Peru	400.06	1.28	5.99	0.25	0.78
Zambia	138.33	0.56	4.93	-0.58	1.79
Italy	1390.99	3.48	7.24	1.25	0.29
Honduras	232.44	0.58	5.45	-0.54	1.72
Ecuador	287.77	1.19	5.66	0.17	0.84
South.Africa	651.11	2.28	6.48	0.82	0.44
New.Zealand	1487.52	3.17	7.30	1.15	0.32
Austria	1507.99	4.41	7.32	1.48	0.23
Malta	601.05	2.47	6.40	0.90	0.40
Taiwan	289.52	0.67	5.67	-0.40	1.49
Turkey	389.66	1.08	5.97	0.08	0.93
Norway	2231.03	3.67	7.71	1.30	0.27
Switzerland	2630.96	3.73	7.88	1.32	0.27
Chile	662.86	1.34	6.50	0.29	0.75
Jamaica	380.47	1.73	5.94	0.55	0.58
United.Kingdom	1813.93	4.46	7.50	1.50	0.22
Brazil	728.47	0.83	6.59	-0.19	1.20
Canada	2982.88	2.85	8.00	1.05	0.35
Nicaragua	325.54	1.21	5.79	0.19	0.83

Modelos	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	$\sum y_i$	$\sum y_i^2$	$\sum x_i y_i$
Reta	44.7200	134.4768	21581.9700	39066145.4971	67130.9585
Log-Log	11.9063	16.4212	132.1113	888.9734	89.5603
Semi-Log	44.7200	134.4768	132.1113	888.9734	316.2623
Log-Inv	13.9623	14.5698	132.1113	888.9734	84.8941

Estimadores de Quadrados Mínimos para Regressão Linear Simples

$$\begin{aligned} \text{Soma de Quadrados de X: } SS_X &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} \\ \text{Soma de Quadrados de Y: } SS_Y &= \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \\ \text{Soma de Produtos XY: } SP_{XY} &= \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n} \\ \text{Inclinação: } \hat{\beta}_1 &= \frac{SP_{XY}}{SS_X} \\ \text{Intercepto: } \hat{\beta}_0 &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \hat{\beta}_1 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \\ &= \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \end{aligned}$$

Indicadores da Qualidade do Modelo Ajustado

$$\begin{aligned} \text{Soma de Quadrado do Resíduo: } SQR &= \sum_{i=1}^n e_i^2 = SS_Y - \frac{(SP_{XY})^2}{SS_X} \\ \text{Quadrado Médio do Resíduo: } QMR &= \hat{\sigma}^2 = \frac{SQR}{n-2} \\ \text{Erro Padrão da Estimativa: } \hat{\sigma}_y &= \sqrt{QMR} \\ \text{Erro Padrão da Inclinação: } \hat{\sigma}_{\beta_1} &= \sqrt{\frac{QMR}{SS_X}} \\ \text{Intervalo de Confiança da Inclinação: } &\hat{\beta}_1 \pm t(1-\alpha/2; n-2) \hat{\sigma}_{\beta_1} \\ \text{Coeficiente de Determinação: } R^2 &= 1 - \frac{SQR}{SS_Y} \end{aligned}$$

Modelos Lineares Simples:

$$\text{Modelo Geral: } y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

Modelo da Reta : y_i - renda; x_i - população;

$$\begin{aligned} \text{Modelo: } \text{renda} &= \beta_0 + \beta_1 \text{população} + \varepsilon \\ \text{Estimativa: } \widehat{\text{renda}} &= \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 \text{população} \end{aligned}$$

Modelo Log-Log : y_i - logaritmo da renda; x_i - logaritmo da população;

$$\begin{aligned} \text{Modelo: } \log(\text{renda}) &= \beta_0 + \beta_1 \log(\text{população}) + \varepsilon \\ \text{Estimativa: } \widehat{\text{renda}} &= \exp(\widehat{\beta}_0) (\text{população})^{\widehat{\beta}_1} \end{aligned}$$

Modelo Semi-Log : y_i - logaritmo da renda; x_i - população;

$$\begin{aligned} \text{Modelo: } \log(\text{renda}) &= \beta_0 + \beta_1 \text{população} + \varepsilon \\ \text{Estimativa: } \widehat{\text{renda}} &= \exp(\widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 \text{população}) \end{aligned}$$

Modelo Log-Inverso : y_i - logaritmo da renda; x_i - inverso da população;

$$\begin{aligned} \text{Modelo: } \log(\text{renda}) &= \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{\text{população}} + \varepsilon \\ \text{Estimativa: } \widehat{\text{renda}} &= \exp(\widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 / \text{população}) \end{aligned}$$