LCF-510-Inventário Florestal

Nome____ Número USP____________

Foi realizado um inventário florestal em uma área de 82 ha. Esta área foi dividida em 3 estratos, sendo o estrato 1 (plantio de eucalipto com 6 anos de idade e do clone 231) com 25 ha. O estrato 2 (plantio de eucalipto com 6 anos de idade e clone 678) com 45 ha. E finalmente o estrato 3 (plantio de eucalipto com 7 anos de idade e clone C890) com 12 ha. O inventário foi realizado com parcelas de tamanho variável para se adequar as variações do espaçamento de plantio. Os dados estão abaixo. Calcular o volume total de madeira nesta área e o respectivo intervalo de confiança e erro amostral, com 95% de probabilidade (use t=2). Caso o erro de amostragem seja superior a 10%, calcular a intensidade de amostragem, usando a partilha de Neyman , para cada estrato. [Cada erro (– 3) pontos].

Estrato	Parcela	Vol (m3/parcela)	Tamanho da parcela	
			Largura (m)	Comprimento (m)
1	1	10	18	23
1	2	9	17	24
1	3	8	15	28
1	4	10	14	26
1	5	11	18	22
1	6	8	16	25
2	1	4	19	23
2	2	8	17	19
2	3	6	19	21
2	4	6	20	25
2	5	7	20	22
2	6	3	17	25
3	1	15	19	21
3	2	14	20	23
3	3	12	15	26
3	4	8	18	24
3	5	19	17	23
3	6	23	18	23

Como as parcelas são de tamanhos diferentes, vamos expandir tudo para hectare para unificar!

Estrato 1 – parcela 1:

Área da parcela = 18 * 23 = 414 m²

10 m3 -> 414m²

X -> 10000 m² (1ha)

X = 241,5459 m³/ha

Estrato	Parcela	Área da parcela (m^2)	Volume (m^3/ha)
1	1	414	241,5459
1	2	408	220,5882
1	3	420	190,4762
1	4	364	274,7253
1	5	396	277,7778
1	6	400	200,0000
2	1	437	91,5332
2	2	323	247,6780
2	3	399	150,3759
2	4	500	120,0000
2	5	440	159,0909

2	6	425	70,5882
3	1	399	375,9398
3	2	460	304,3478
3	3	390	307,6923
3	4	432	185,1852
3	5	391	485,9335
3	6	414	555,5556

L = nº de estratos -> L = 3

h = identificação do estrato -> $h = 1 \rightarrow 3$

i = identificação da unidade amostral (parcela) -> $i = 1 \rightarrow 6$

n_h = número de unidades amostrais na área, como é amostragem estratificada, cada estrato (h) é analisado individualmente, portanto, cada estrato tem seu n. Nesse caso o n foi igual nos três estratos.

$n_1 = 6\ parcelas \qquad n_2 = 6\ parcelas \qquad n_3 = 6\ parcelas$

$$n = número\ de\ unidades\ de\ amostra\ tomadas\ em\ todos\ estratos = \sum_{h=1}^{L} n_h = n_1 + n_2 + n_3 = 6 + 6 + 6 = 18$$

N_h = quantas unidades amostrais comporta a minha área, como é amostragem estratificada, cada estrato (h) é analisado individualmente e, como expandimos para hectare o N de cada hectare será a respectiva área total de cada estrato. Se as parcelas fossem de tamanho igual o N de cada estrato seria sua área dividido pela área da parcela.

$N_1 = 25\ ha \qquad N_2 = 45\ ha \qquad N_3 = 12\ ha$

$$N = número\ de\ unidades\ de\ amostra\ na\ população = \sum_{h=1}^{L} N_h = N_1 + N_2 + N_3 = 25 + 45 + 12 = 82\ ha$$

1) <u>Volume total de madeira nesta área ($\hat{T}_{st}$):</u>

$$\hat{T}_{st} = N.\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} \hat{T}_h$$

Antes, precisamos calcular a estimativa do total de cada estrato ($\hat{T}_h$):

$$\hat{T}_h = N_h.\bar{y}_h$$

O N_h de cada estrato nos já sabemos, vamos calcular a média da amostra de cada estrato ($\bar{y}_h$):

$$\bar{y}_h = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}}{n_h}$$

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{6} y_{1i}}{n_1} = \frac{y_{11}+y_{12}+y_{13}+y_{14}+y_{15}+y_{16}}{n_1} = \frac{241,55+220,59+190,48+274,73+277,78+200}{6} = 234,1856\ m^3.ha^{-1}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{6} y_{2i}}{n_2} = \frac{y_{21}+y_{22}+y_{23}+y_{24}+y_{25}+y_{26}}{n_2} = \frac{91,53+247,68+150,38+120+159,09+70,59}{6} = 139,8777\ m^3.ha^{-1}$$

$\bar{y}_3 = \frac{\sum_{i=1}^{6} y_{3i}}{n_3} = \frac{y_{31}+y_{32}+y_{33}+y_{34}+y_{35}+y_{36}}{n_2} = \frac{375{,}94+304{,}35+307{,}69+185{,}19+485{,}93+555{,}56}{6} = 369{,}1090\ m^3.ha^{-1}$

Assim,

$\hat{T}_1 = N_1.\bar{y}_1 = 25\ .\ 234{,}1856 = 5854{,}6390\ m^3$

$\hat{T}_2 = N_2.\bar{y}_2 = 45\ .\ 139{,}8777 = 6294{,}4971\ m^3$

$\hat{T}_3 = N_3.\bar{y}_3 = 12\ .\ 369{,}1090 = 4429{,}3085\ m^3$

Portanto,

$$\hat{\boldsymbol{T}}_{st} = \boldsymbol{N}.\bar{\boldsymbol{y}}_{st} = \sum_{h=1}^{L} \hat{\boldsymbol{T}}_h = \hat{\boldsymbol{T}}_1 + \hat{\boldsymbol{T}}_2 + \hat{\boldsymbol{T}}_3 = \mathbf{5854,6390 + 6294,4971 + 4429,3085 = 16578,4446}\ \boldsymbol{m}^3$$

O volume total de madeira estimado na área de 82 hectares é de $\mathbf{16578,4446}\ \boldsymbol{m}^3$.

2) Intervalo de confiança respectivo ao total de madeira na área ($IC_{\hat{T}_{st}}$):

$$IC_{\hat{T}_{st}} = \hat{\boldsymbol{T}}_{st} \pm \boldsymbol{t}\,\boldsymbol{S}_{\hat{\boldsymbol{T}}_{st}}$$

a) Variância do total da amostragem estratificada: $S^2_{\hat{T}_{st}} = N^2\ .S^2_{\bar{y}_{st}} = \sum_{h=1}^{L} S^2_{\hat{T}_h}$

b) Variância da média da amostragem estratificada: $S^2_{\bar{y}_{st}} = \sum_{h=1}^{L} (\frac{N_h}{N})^2\ .S^2_{\bar{y}_h}$

c) Variância da média da amostra do estrato h: $S^2_{\bar{y}_h} = \frac{S^2_{y_h}}{n_h}\ (\frac{N_h - n_h}{N_h})$

d) Variância da amostra do estrato h: $S^2_{y_h} = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y^2_{hi} - \frac{(\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi})^2}{n_h}}{n_h - 1}$

$$S^2_{y_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y^2_{hi} - \frac{(\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi})^2}{n_h}}{n_h - 1} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} y^2_{1i} - \frac{(\sum_{i=1}^{n_1} y_{1i})^2}{n_1}}{n_1 - 1} = \frac{(y^2_{11}+y^2_{12}+y^2_{13}+y^2_{14}+y^2_{15}+y^2_{16}) - (\frac{(y_{11}+y_{12}+y_{13}+y_{14}+y_{15}+y_{16})^2}{n_1})}{n_1 - 1}$$

$$S^2_{y_1} = \frac{(241{,}55^2+220{,}59^2+190{,}48^2+274{,}73^2+277{,}78^2+200^2) - (\frac{(241{,}55+220{,}59+190{,}48+274{,}73+277{,}78+200)^2}{6})}{6-1}$$

$$S^2_{y_1} = \frac{335919{,}24 - \frac{54842{,}88}{6}}{5} = 65355{,}7517$$

$$S^2_{y_2} = \frac{137028{,}26 - \frac{19565{,}77}{6}}{5} = 26753{,}4602$$

$$S^2_{y_3} = \frac{907699{,}82 - \frac{136241{,}48}{6}}{5} = 176998{,}5821$$

c) Variância da média da amostra do estrato h: $S_{\bar{y}_h}^2 = \frac{S_{y_h}^2}{n_h}\left(\frac{N_h - n_h}{N_h}\right)$

$$S_{\bar{y}_1}^2 = \frac{S_{y_1}^2}{n_1}\left(\frac{N_1 - n_1}{N_1}\right) = \frac{65355{,}7517}{6}\left(\frac{25-6}{25}\right) = 8278{,}3952$$

$$S_{\bar{y}_2}^2 = \frac{S_{y_2}^2}{n_2}\left(\frac{N_2 - n_2}{N_2}\right) = \frac{26753{,}4602}{6}\left(\frac{45-6}{45}\right) = 3864{,}3887$$

$$S_{\bar{y}_3}^2 = \frac{S_{y_3}^2}{n_3}\left(\frac{N_3 - n_3}{N_3}\right) = \frac{176998{,}5821}{6}\left(\frac{12-6}{12}\right) = 14749{,}8818$$

b) Variância da média da amostragem estratificada: $S_{\bar{y}_{st}}^2 = \sum_{h=1}^{L}\left(\frac{N_h}{N}\right)^2 . S_{\bar{y}_h}^2$

$$S_{\bar{y}_{st}}^2 = \sum_{h=1}^{L}\left(\frac{N_h}{N}\right)^2 . S_{\bar{y}_h}^2 = \left(\frac{N_1}{N}\right)^2 . S_{\bar{y}_1}^2 + \left(\frac{N_2}{N}\right)^2 . S_{\bar{y}_2}^2 + \left(\frac{N_3}{N}\right)^2 . S_{\bar{y}_3}^2$$

$$S_{\bar{y}_{st}}^2 = \left(\frac{25}{82}\right)^2 . 8278{,}3952 + \left(\frac{45}{82}\right)^2 . 3864{,}3887 + \left(\frac{12}{82}\right)^2 . 14749{,}8818 = 2249{,}1623$$

a) Variância do total da amostragem estratificada: $S_{\hat{T}_{st}}^2 = N^2 . S_{\bar{y}_{st}}^2 = \sum_{h=1}^{L} S_{\hat{T}_h}^2$

$$S_{\hat{T}_{st}}^2 = N^2 . S_{\bar{y}_{st}}^2 = \sum_{h=1}^{L} S_{\hat{T}_h}^2 = 82^2 . 2249{,}1623 = 15123367{,}1116$$

Desvio padrão do total da amostragem estratificada: $\boldsymbol{S_{\hat{T}_{st}} = \sqrt{S_{\hat{T}_{st}}^2} = \sqrt{15123367{,}116} = 3888{,}8774}$

Intervalo de confiança respectivo ao total de madeira na área: $IC_{\hat{T}_{st}} = \hat{\boldsymbol{T}}_{st} \pm \boldsymbol{t}\, \boldsymbol{S}_{\hat{T}_{st}}$

$$IC_{\hat{T}_{st}} = \mathbf{16578{,}4446} \pm \mathbf{2} .\ 3888{,}8774$$

$$\boldsymbol{IC_{\hat{T}_{st}} = 16578{,}4446 \pm 7777{,}7547}$$

3) Erro amostral ($EA\%$):

$$\boldsymbol{EA\% = \frac{t .\ S_{\hat{T}_{st}} . 100}{\hat{T}_{st}} = \frac{2 .\ 3888{,}8774 . 100}{16578{,}4446} = 46{,}91\%}$$

4) O erro foi maior que 10%, então precisa calcular a intensidade amostral a partir da partilha de Neyman:

$w_h = \frac{n_h}{n}$ $\quad w_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{6}{18} = 0{,}3334$ $\quad w_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{6}{18} = 0{,}3334$ $\quad w_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{6}{18} = 0{,}3334$

$$n* = \frac{\sum \frac{N_h^2 . S_{y_h}^2}{w_h}}{\frac{N^2 . \bar{y}_{st}^2 . ED\%^2}{100^2 . t^2} + \sum N_h . S_{y_h}^2} = \frac{\frac{N_1^2 . S_{y_1}^2}{w_1} + \frac{N_2^2 . S_{y_2}^2}{w_2} + \frac{N_3^2 . S_{y_3}^2}{w_3}}{\frac{N^2 . \bar{y}_{st}^2 . ED\%^2}{100^2 . t^2} + \left(N_1 . S_{y_1}^2 + N_2 . S_{y_2}^2 + N_3 . S_{y_3}^2\right)} =$$

$$n* = \frac{\frac{25^2 . 65355{,}7517}{0{,}3334} + \frac{45^2 . 26753{,}4602}{0{,}3334} + \frac{12^2 . 176998{,}5821}{0{,}3334}}{\frac{82^2 . 202{,}1762^2 . 10^2}{100^2 . 2^2} + (25.65355{,}7517 + 45.26753{,}4602 + 12.176998{,}5821)} =$$

$$\bar{y}_{st} = \frac{1}{N}\sum_{h=1}^{L} N_h.\bar{y}_h = \frac{1}{N}.(N_1.\bar{y}_1 + N_2.\bar{y}_2 + N_3.\bar{y}_3) = \frac{1}{82}.(25.234{,}1856 + 45.139{,}8777 + 12.369{,}1090) = 202{,}1762$$

$$\boldsymbol{n* = \frac{361532692,7874}{687112,0661 + 4961782,4877} = 64}$$

Partilha de Neyman: $\boldsymbol{w_h = \frac{N_h S_{y_h}}{\sum_{h=1}^{L} N_h S_{y_h}}}$

$$\boldsymbol{w_1 = \frac{N_1 S_{y_1}}{N_1 S_{y_1} + N_2 S_{y_2} + N_3 S_{y_3}} = \frac{25.65355{,}7517}{25.65355{,}7517 + 45.26753{,}4602 + 12.176998{,}5821} = 0,3293}$$

$$\boldsymbol{w_2 = \frac{N_2 S_{y_2}}{N_1 S_{y_1} + N_2 S_{y_2} + N_3 S_{y_3}} = \frac{45.26753{,}4602}{25.65355{,}7517 + 45.26753{,}4602 + 12.176998{,}5821} = 0,2426}$$

$$\boldsymbol{w_3 = \frac{N_3 S_{y_3}}{N_1 S_{y_1} + N_2 S_{y_2} + N_3 S_{y_3}} = \frac{12.176998{,}5821}{25.65355{,}7517 + 45.26753{,}4602 + 12.176998{,}5821} = 0,4281}$$

$$\boldsymbol{n_1^* = n^*.w_1 = 64.0,3293 = 21}$$

$$\boldsymbol{n_2^* = n^*.w_2 = 64.0,2426 = 16}$$

$$\boldsymbol{n_3^* = n^*.w_3 = 64.0,4281 = 27}$$