

# ***Inventário Florestal***

---

**Amostragem  
estratificada  
aleatória**

# ***Objetivo:***

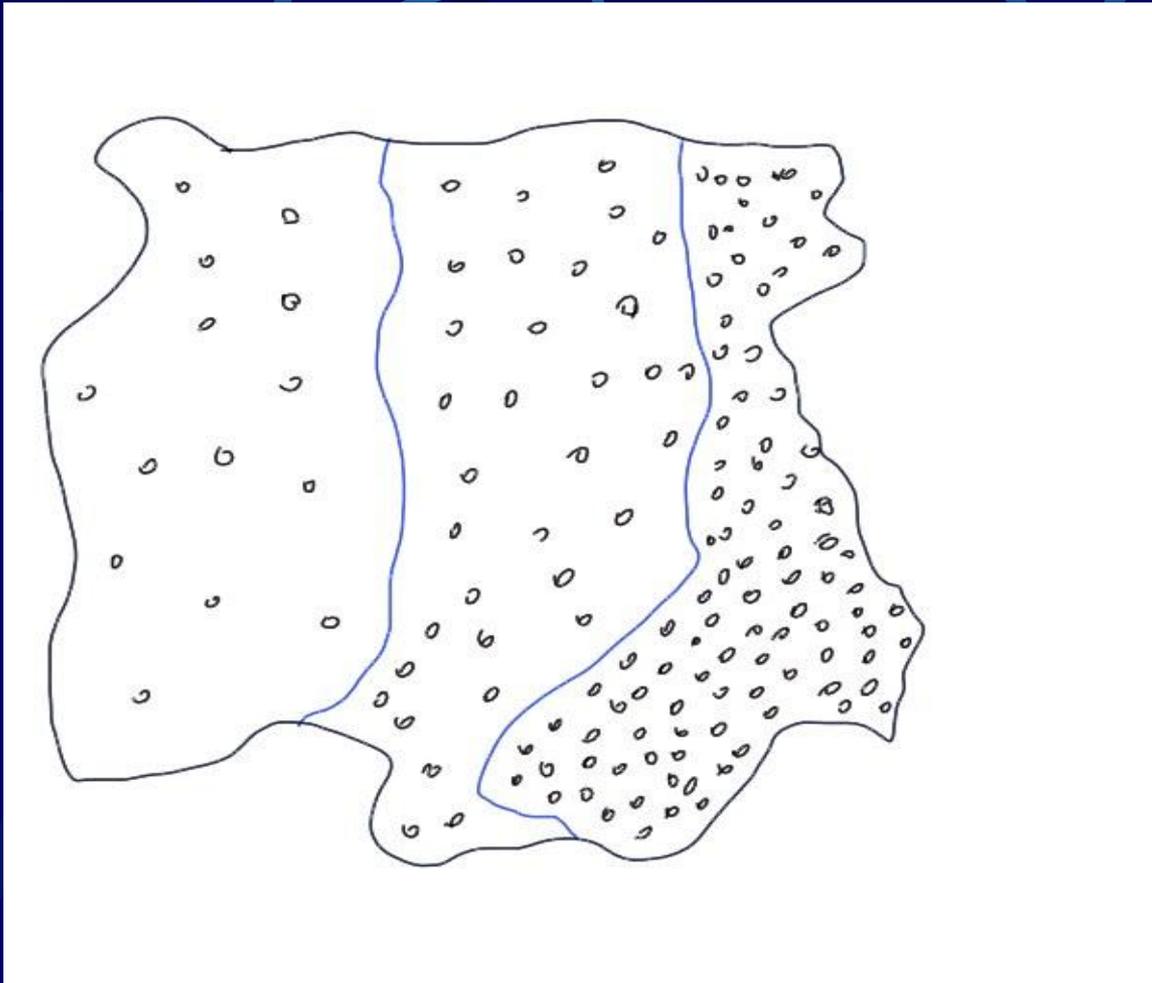
---

O objetivo principal de um levantamento por amostragem é maximizar a quantidade de informação por unidade de custo. A amostragem estratificada aleatória (pode também ser sistemática) é um dos sistemas usados para esse fim.

A amostragem estratificada aleatória (AEA) é obtida separando os elementos da população em grupos homogêneos, não sobrepostos, chamados *estratos*. Em seguida, a amostragem simples aleatória (ou sistemática) é feita em cada estrato

# Densidade populacional:

---



Densidade de árvores pode estar associada a volume ou outra variável de interesse.

# ***Exemplo 1:***

---

Talhões de *Pinus taeda* (Paraná) classificados em diferentes faixas etárias, classes de índice de sítio, desbastes, material genético, etc. Se houver 5 faixas etárias, 4 classes de índice de sítio, 3 materiais genéticos diferentes, teremos 60 estratos. Para cada estrato serão obtidas as seguintes informações: área total, volume por hectare, área basal, número de árvores por hectare, diâmetro médio quadrático, idade, desbastes, pragas e doenças, valor cênico para recreação, etc.

## ***Exemplo 2 :***

---

Floresta tropical úmida inclui diferentes tipos florestais: aberta com palmeiras, densa com cipó, densa sem cipó, secundária tardia, de várzea, de igapó, secundária inicial, além da topografia, (plana, ondulada e acidentada). Importância do uso de sensores remotos (fotos aéreas, imagens de satélites, etc.)

## ***Exemplo 3 :***

---

Classes de DAP dentro de um povoamento:

< 10 cm

10 a 15 cm

15 a 20 cm

25 a 30 cm

35 a 40 cm

> 40 cm

# Quando se deve utilizar a AEA?

Maior homogeneidade dentro dos estratos do que na população:

*ASA*

$$\bar{x} = 80$$

$$CV = 150\%$$

$$n^* = 900$$

Estrato	$\bar{x}$	CV	$n^*$
1	20	15	9
2	40	18	13
3	190	26	27
TOTAL			49

# ***Quando utilizar a AEA?***

---

Menor custo para selecionar a amostra, por causa dos custos administrativos (local acidentado e com sub-bosque vs. local plano sem sub-bosque)

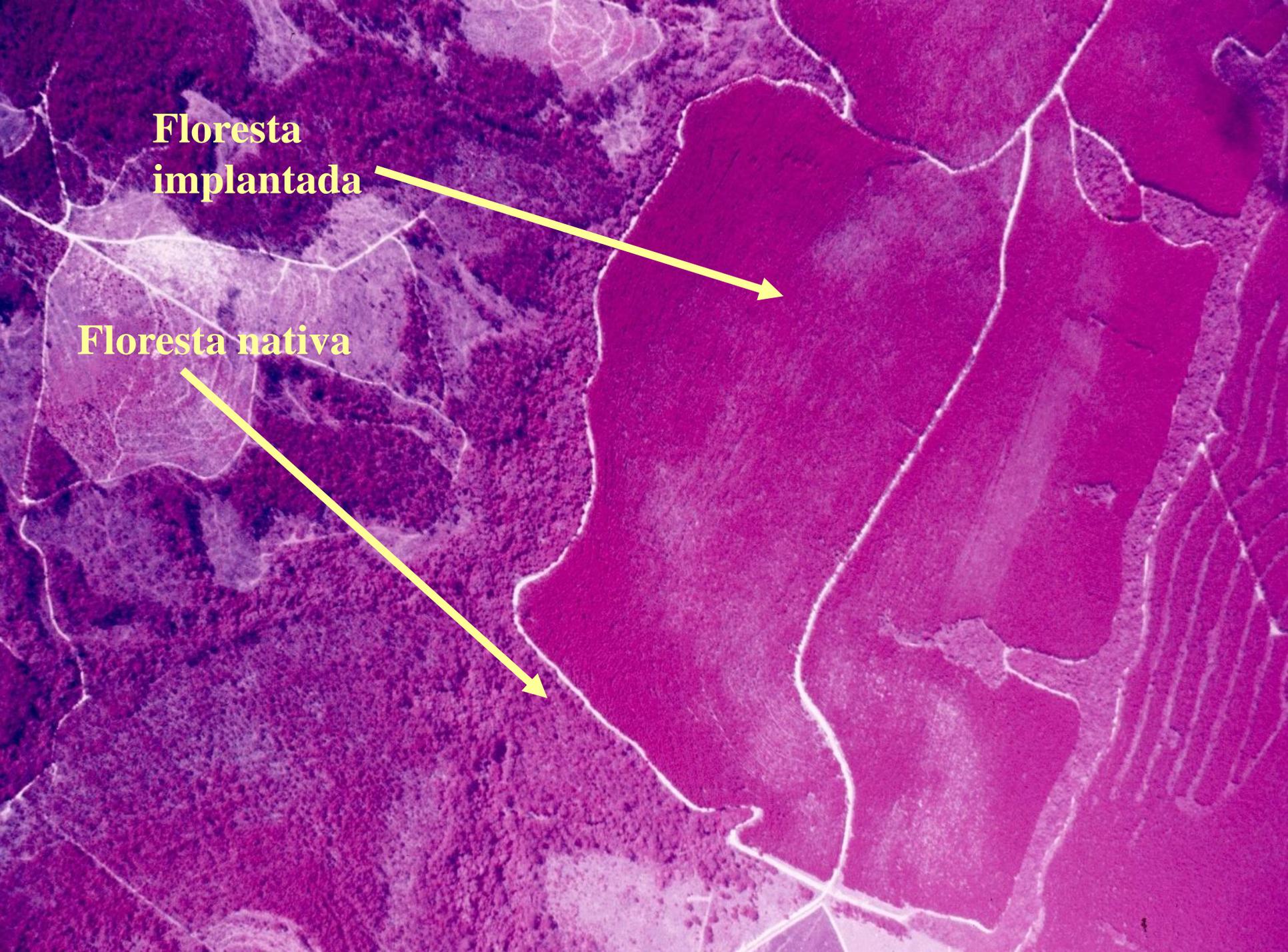
Necessidade de informações separadas para cada estrato.

*Campo e floresta*



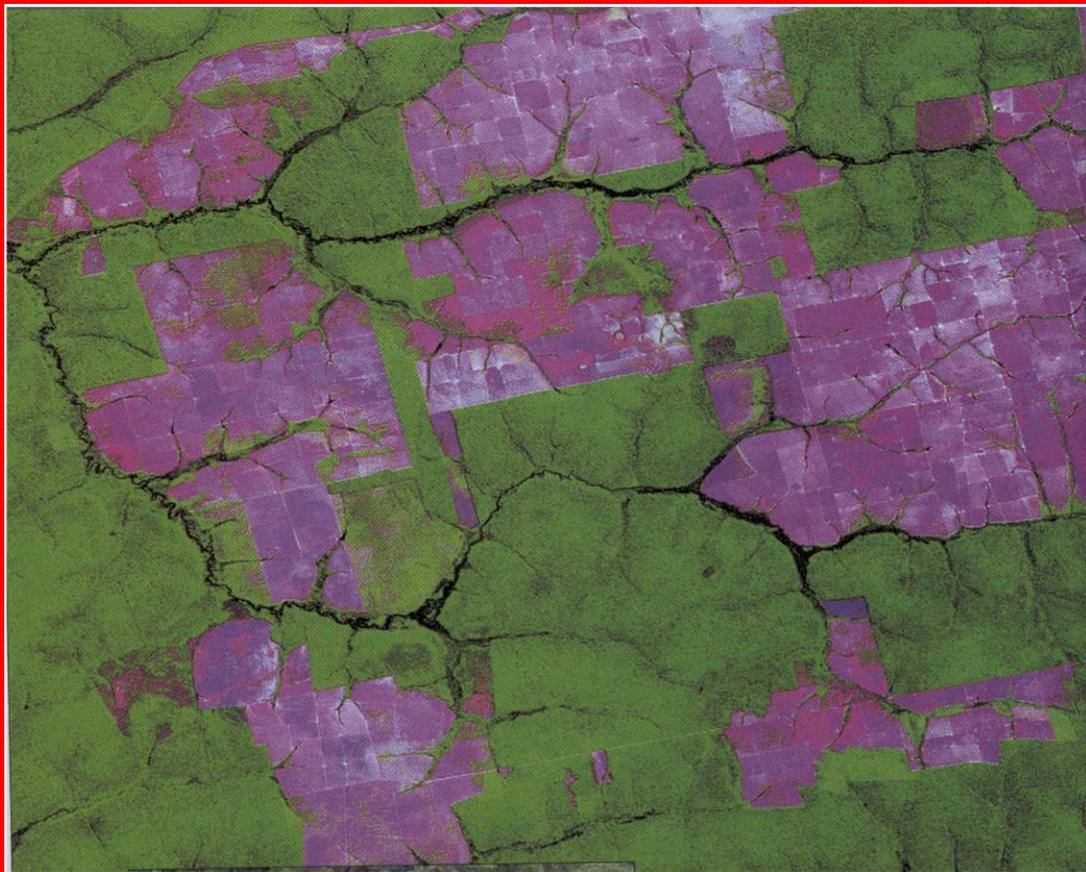
**Floresta  
implantada**

**Floresta nativa**



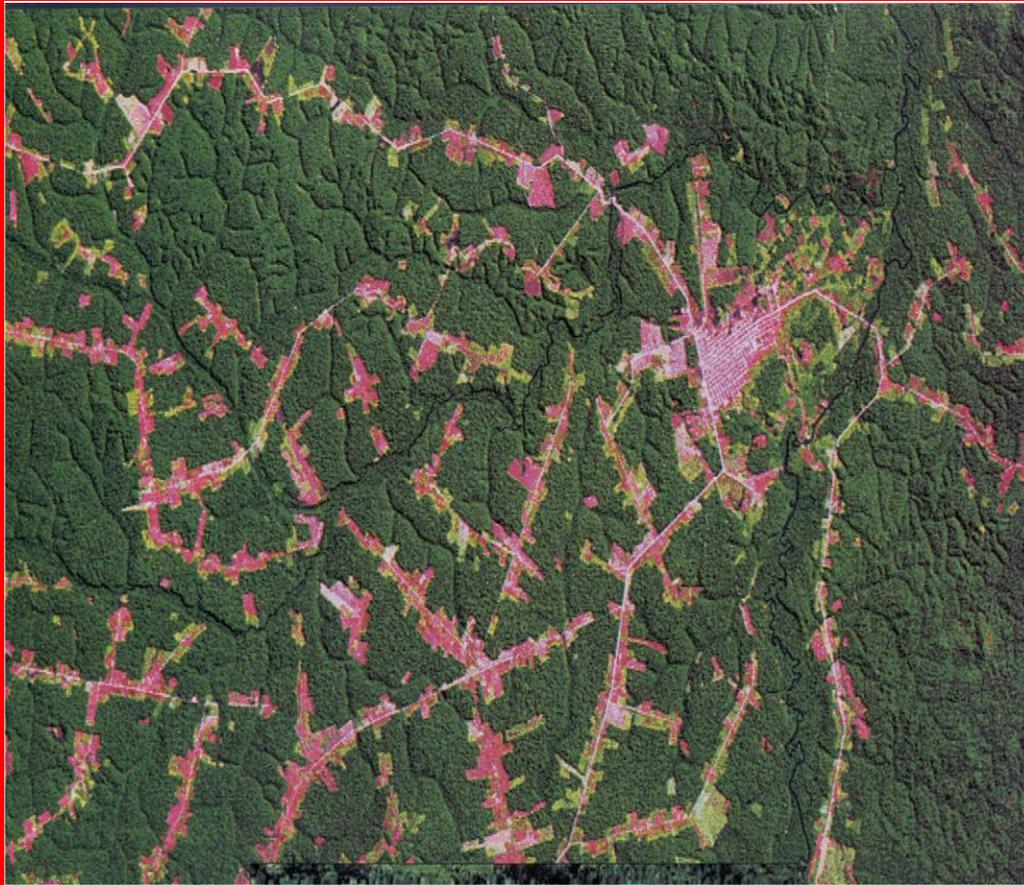
# Imagem do satélite LANDSAT: Amazônia

---



# Imagem do satélite **LANDSAT: Amazônia**

---



# ***Notação (Cochran, 1954):***

---



**William Gemmell Cochran**

**Nascimento: 15 July 1909, em  
Rutherglen, Escócia**

**Falecimento: 29 March 1980  
in Orleans, Massachusetts,  
EUA**

**Escreveu os livros: Sampling  
Techniques e Experimental  
Design (com Gertrude Cox)**

# ***Notação:***

---

$L$  = número de estratos na população;

$N_h$  = número de elementos ou unidades de amostra no estrato  $h$ ;

$N$  = n° de unidades da amostra na população =  $N_1 + N_2 + \dots + N_h$

$$N = \sum_{h=1}^L N_h$$

# ***Notação:***

---

$n_h = n^\circ$  de unidades na amostra tomada no estrato  $h$ ;

$n = n^\circ$  de unidades da amostra tomada em todos os estratos;

$$n = \sum_{h=1}^L n_h$$

# Fórmulas:

---

$y_{hi}$  = valor observado da variável  $y$  na unidade de amostra  $i$ , no estrato  $h$ ;

$\bar{y}_h$  = média da amostra do estrato  $h$

$$\bar{y}_h = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}$$

# Fórmulas:

---

Variância da média da amostra do estrato h:

$$S_{\bar{y}_h}^2 = \frac{S_{y_h}^2}{n_h} \left( \frac{N_h - n_h}{N_h} \right)$$

Variância da amostra do estrato h:

$$S_{y_h}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi})^2}{n_h}}{n_h - 1}$$

# Fórmulas:

---

Estimativa do total do estrato h:

$$\hat{T}_h = N_h \cdot \bar{y}_h$$

Estimativa da variância do total do estrato h:

$$S_{\hat{T}_h}^2 = (N_h)^2 \cdot S_{\bar{y}_h}^2$$

# Fórmulas:

---

Média da amostra estratificada:

$$\bar{y}_{st} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{h=1}^L N_h \cdot \bar{y}_h$$

Variância da média da amostragem estratificada:

$$S_{\bar{y}_{st}}^2 = \sum_{h=1}^L \left( \frac{N_h}{N} \right)^2 \cdot S_{\bar{y}_h}^2$$

# Fórmulas:

---

Total da amostragem estratificada:

$$\hat{T}_{st} = N \cdot \bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^L \hat{T}_h$$

Variância do total da amostragem estratificada:

$$S_{\hat{T}_{st}}^2 = N^2 \cdot S_{\bar{y}_{st}}^2 = \sum_{h=1}^L S_{\hat{T}_h}^2$$

# ***Intervalo de confiança:***

---

$$\bar{y}_{st} \pm t \cdot S_{\bar{y}_{st}}$$

$$\hat{T}_{st} \pm t \cdot S_{\hat{T}_{st}}$$

# ***Erro da amostragem:***

---

$$EA\% = \frac{t \cdot s_{\bar{y}_{st}} \cdot 100}{\bar{y}_{st}}$$

# ***Intensidade da amostragem:***

---

$$n^* = \frac{\sum \frac{N_h^2 \cdot s_{y_h}^2}{w_h}}{N^2 \cdot \bar{y}_{st}^2 \cdot ED\%^2 + \sum N_h \cdot s_{y_h}^2} \cdot 100^2 \cdot t^2$$

$$w_h = \frac{n_h}{n}$$

**População finita**

# ***Intensidade da amostragem:***

---

$$n^* = \frac{\sum \frac{N_h^2 \cdot s_{y_h}^2}{w_h}}{\left( \frac{\bar{y}_{st} \cdot ED\% \cdot N}{100 \cdot t} \right)^2}$$
$$w_h = \frac{n_h}{n}$$

**População infinita**

# ***Como alocar as unidades em cada estrato?***

---

$n^*$  → Total de unidades (já calculado)

$$n_h^* = ?$$

# Partilha proporcional ao tamanho do estrato:

---

$$n^* = 100$$

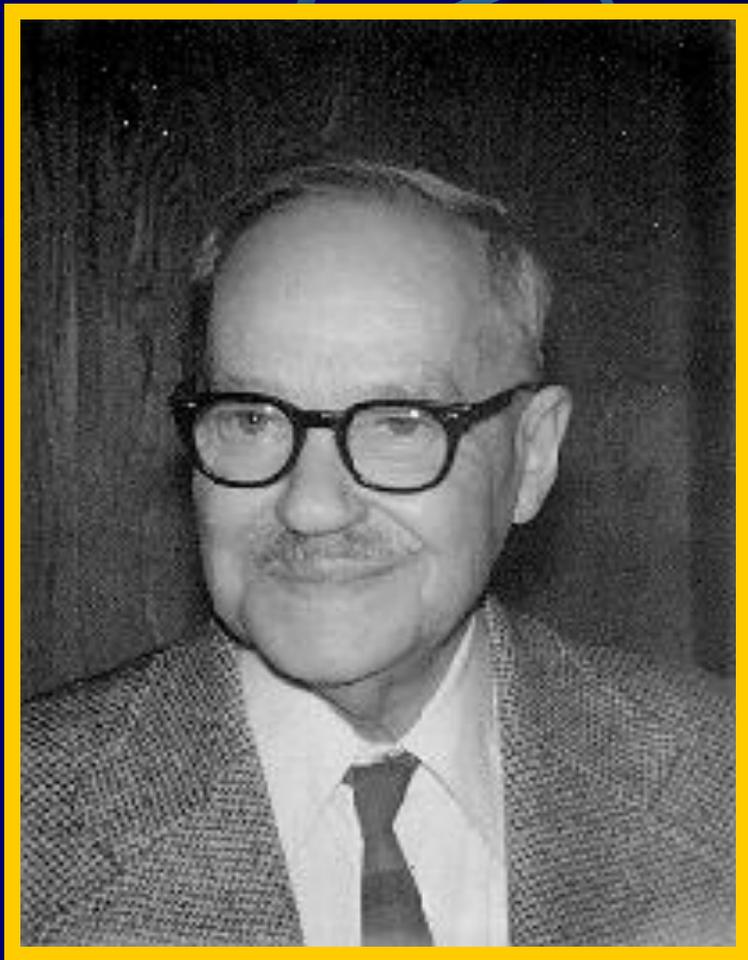
$$\text{Estrato 1} \rightarrow N_1 = 3000 \rightarrow 0,6522 \rightarrow 65$$

$$\text{Estrato 2} \rightarrow N_2 = 1600 \rightarrow 0,3478 \rightarrow 35$$

$$\text{Total} = 4600 \rightarrow 100$$

# ***Partilha de Neyman:***

---



***Jerzy Neyman***

Nascimento em 1894 na Moldávia e faleceu em 1981 em Berkeley, EUA.

Desde 1938 trabalhou na Universidade da Califórnia, Berkeley.

Contribuição importante para o estudo da probabilidade e amostragem.

# *Fórmula para a partilha de Neyman:*

---

$$w_h = \frac{N_h \cdot S_{y_h}}{\sum_{h=1}^L N_h \cdot S_{y_h}}$$

# *Aplicação da fórmula para partilha de Neyman*

---

$$n^* = 100$$

Estrato	$N_h$	$S_{yh}^2$	$W_h$	$n_h^*$
1	360	47561	0,5174	52
2	250	85714	0,4825	48

# ***Exercício:***

Uma área florestal de 800 ha foi dividida em 3 estratos. O inventário florestal realizado em parcelas de 1000 m<sup>2</sup> apresentou os seguintes resultados:

Estrato	Área (ha)	$n_h$	média	variância
1	320	10	61,0	81,11
2	140	10	78,7	15,56
3	340	10	30,4	12,20

# ***Calcular:***

---

**Média em metros cúbicos por hectare, total de madeira na área e o respectivo intervalo de confiança, o erro e a intensidade da amostragem.**

**Utilize a partilha proporcional e a de Neyman e compare!**

# ***Resultados:***

---

Média= 510,93 m<sup>3</sup>/ha

Total de madeira = 408.744 m<sup>3</sup>

IC (do Total) =19.988,09 m<sup>3</sup>

Erro da amostragem = 4,89 %

n\* = 8

Partilha proporcional 1=3; 2=2; 3=3

Partilha de Neyman 1=5; 2=1; 3=2

# ***Para fazer em casa:***

---

Um inventário foi realizado numa área de 10.000 ha de floresta nativa na região amazônica, em parcelas de 2000 m<sup>2</sup>. A área foi dividida em 3 estratos: 1- Floresta densa sem cipó (6002 ha); 2- Floresta aberta com cipó (2794 ha) e 3- Floresta aberta com palmeiras (1204 ha). Os resultados do volume comercial de madeira sem defeito (m<sup>3</sup>/parcela) estão a seguir:

Estrato 1: 13,4 - 10,3 - 9,3 - 11,7 - 13,0 - 9,7 - 11,3 - 12,3 - 10,1 - 13,2 - 11,3 - 14,5 - 11,4 - 13,0 - 10,5 - 12,0 - 16,2 - 14,2 - 8,6 - 11,0 - 15,0

Estrato 2: 3,4 - 4,5 - 5,2 - 4,0 - 5,5 - 4,2 - 4,9 - 5,2 - 7,2

Estrato 3: 1,5 - 2,0 - 4,5 - 0,4 - 3,4 - 4,0 - 0,5 - 3,7 - 4,4 - 0,3 - 1,2 - 2,9 - 2,9 - 2,1

# ***Continuação:***

---

*Calcular o volume médio, total na área e os respectivos intervalos de confiança, o erro e a intensidade da amostragem. Utilize a partilha proporcional e a de Neyman, comparando-as e interpretando-as.*

*Alguns resultados: Média= 8,86;*

*Total=443.107; Erro padrão do total=14.140*

---

***Obrigado e até  
a próxima aula***

***!!!***